أثر برنامج تدريبي في تنمية التفكير الرياضي
لدى طلبة الصف السابع الأساسي

د. خميس موسى نجم
قسم المناهج والتدريس ، كلية العلوم التربوية
جامعة آل البيت المفرق - الأردن2006م

ملخص

هدفت هذه الدراسة إلى الكشف عن أثر برنامج تدريبي مقترح في تنمية أنماط ومهارات التفكير الرياضي لدى طلبة الصف السابع الأساسي . ولتحقيق هذا الغرض ، تكونت عينة الدراسة من (92) طالباً من طلاب الصف السابع الأساسي والموزعين على شعبتين في كلٍ منها (46) طالباً ، حيث تم اختيار إحداهما عشوائياً لتكون المجموعة التجريبية تدرس البرنامج التدريبي ، والأخرى المجموعة الضابطة تدرس الكتاب المدرسي بالطريقة التقليدية .

وتكونت أداة القياس من اختبار التفكير الرياضي ، والذي تناول أنماط ومهارات التفكير الرياضي الآتية : الاستقراء ، الاستنتاج ، البرهان الرياضي ، التفكير المنطقي ، التعليل والتبرير (السببية) ، وحل المسألة الرياضية الكلامية .

وللإجابة عن سؤال الدراسة واختبار فرضيتها ، تم استخدام اختبار (ت) (t-test) للبيانات المستقلة ، حيث أشارت النتائج إلى وجود فرق ذي دلالة إحصائية ($\alpha = 0.05$) بين متوسط علامات الطلبة في المجموعة التجريبية ومتوسط علامات الطلبة في المجموعة الضابطة في اختبار التفكير الرياضي لصالح المجموعة التجريبية .

ABSTRACT

The Effect of A Training Program on Enhancing The Mathematical Thinking of Seventh Grade Students

The purpose of the study was to investigate the effect of a training program on enhancing the mathematical thinking of seventh grade students .

To achieve this purpose a study sample of (92) students was selected from the seventh grade . This sample was divided into two groups of (46) students each . One group was randomly chosen to be the experimental group , the other was the control group .

The instrument of the study was a mathematical thinking test which contained six major categories that covered the following types and skills of mathematical thinking : induction , deduction , mathematical proof ,

logical thinking , reasoning and rationalization and word problem solving .

Data analysis procedures using appropriate (t-test) for independent samples revealed that there was a significant difference (α=0.05) between experimental and control group means on post-test mathematical thinking in favor of the experimental group .

المقدمة :

في ظل ما نعيشه اليوم من تفجر المعرفة والتقدم العلمي والتكنولوجي , تبرز الحاجة إلى ضرورة إعداد الطلبة لمواكبة التغيرات الاجتماعية والاقتصادية والعلمية والتكنولوجية في مجتمع متسارع التغير ، ويتأتى ذلك من خلال العمل على إكساب الطلبة - بما يطلق عليه ديبونو De Bono أحد أبرز الداعين إلى تعليم التفكير - أدوات التفكير أو مهارات التفكير، لأن تعليم التفكير يعتبر بمثابة تزويد الفرد بالأدوات التي يحتاجها حتى يتمكن من التعامل بفاعلية مع أي نوع من المعلومات أو المتغيرات التي يأتي بها المستقبل (جروان ، 2005،ص25) . ومن هنا أصبحت قضية تنمية التفكير بأنماطه المختلفة لدى الطلبة في مختلف المراحل الدراسية ، من القضايا التربوية التي تلقى الرعاية والاهتمام بشكل واضح وجلي وفي مختلف بلدان العالم . ولم يعد هدف العملية التربوية عند النظم التربوية الحديثة ، يقتصر على إكساب الطلبة المعارف والحقائق وملء عقول الطلبة بها ، بل تعداها إلى تنمية قدراتهم على التفكير السليم ، وأصبح التعليم عندها يقوم على مبدأ تعليم الطالب كيف يتعلم وكيف يفكر (Marzano et al.,1988,p2 , Paul , 1993,p16 , Wilson,1993,p39) .

ونتيجة لتطور الفكر التربوي عامة وما يتعلق بتنمية التفكير خاصة ؛ وذلك بفضل العديد من الأبحاث والدراسات التي ما انفكت تحث وتدعو إلى تعليم مهارات التفكير ، ظهر الكثير من البرامج والاستراتيجيات الخاصة بتنمية التفكير ، حيث أخذت الدعوة إلى تعليم مهارات التفكير وعملياته اتجاهين ، لكل منهما فلسفته وتفسيراته الخاصة به (جونز وآخرون ،1994،ص23 ؛ عصفور،1999،ص23) :

- الاتجاه الأول يدعو إلى تعليم مهارات التفكير بشكل مباشر :

ويشير أصحاب هذا الاتجاه إلى ضرورة التدريس الصريح والمباشر لمهارات التفكير من خلال مواد تعليمية إضافية منفصلة عن المقررات المدرسية . و يبررون ذلك بأن عمليات التفكير تعلم كغيرها من الموضوعات الدراسية , و أن التعلم والتفكير من الناحية المفاهيمية أمر واحد , فالتعلم يستخدم المعرفة السابقة والاستراتيجيات الخاصة لفهم الأفكار في نص معين ، فهو يسعى إلى تكوين المعنى تماماً كالتفكير الذي يعرف بأنه البحث عن المعنى وتشكيل الأفكار وتوليدها في ضوء معرفة سابقة .

- الاتجاه الثاني يدعو إلى تعليم مهارات التفكير من خلال المحتوى الدراسي :

وينادي أصحاب هذا الاتجاه بضرورة تعليم مهارات التفكير عن طريق دمجها بالمحتوى الدراسي لجميع المباحث الدراسية ولجميع المراحل التعليمية , وبحيث يتم تصميم أنشطة تعليمية منهجية

تؤدي بالمحصلة النهائية إلى تنمية التفكير واستيعاب محتوى المادة الدراسية بطريقة عميقة وواعية ، وعندها سيصبح لدينا منهاجاً ينمي التفكير Thinking Curriculum (Rensick and Klopfer , 1989) . ويرى أصحاب هذا الاتجاه أن تعليم مهارات التفكير بطريقة مندمجة مع محتوى المادة الدراسية , لا يساهم فقط في تحسين وتنمية مهارات التفكير, وإنما سيعمل ذلك أيضاً على تحسين تحصيل الطلبة .

ويلاحظ أنه بالرغم من الاختلاف الظاهر بين توجهات ومبررات كل من الاتجاهين السابقين حول تعليم مهارات التفكير , إلا أنهما يتفقان حول ضرورة العمل على تعليم مهارات التفكير لدى جميع الطلبة , وعدم قصر ذلك على فئة معينة منهم كالموهوبين والمتفوقين فقط , وذلك من منطلق أن التفكير لا ينمو ولا يتطور إلا عن طريق التعليم والمران والتدريب المنظم الهادف . كما أنه من الصعوبة بمكان إكساب الطلبة جميع العمليات والمهارات والأنماط التفكيرية المختلفة دفعة واحدة , بل لابد من العمل على تقديمها بالتدريج وذلك منذ السنوات الأولى لالتحاق الطالب بالمدرسة , وتستمر هذه العملية بالتوسع تدريجياً في المراحل المتقدمة من دراسة الطالب .

وتحتل مناهج الرياضيات وموادها التعليمية ركناً أساسياً في مناهج التعليم الأساسي , لهذا قامت الكثير من الدول بتطوير مناهج الرياضيات وتحسينها لتواكب معطيات القرن الحادي والعشرين , وذلك من خلال اهتمام هذه المناهج بتنمية التفكير لدى الطلبة , وإكسابهم طريقة في التفكير تعتمد على بناء رياضي دقيق وسليم , وذلك انطلاقاً من النظرة إلى الرياضيات باعتبارها طريقة ونمط في التفكير, ولها من المميزات ما يجعلها مجالاً خصباً لتدريب الطالب على أنماط وأساليب التفكير السليم وتنميته , والإسهام في بناء شخصيته وقدرته على الإبداع وإكسابه البصيرة الرياضية والفهم العميق .

ولهذا نجد عند استعراض قائمة الأهداف التي تضمنتها المناهج الحديثة للرياضيات فقرات تتناول جوانب معينة من التفكير الرياضي . فنجد في معايير المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات في الولايات المتحدة الأمريكية NCTM(1) (NCTM , 1989, 2000) ما يؤكد على ضرورة العمل على تنمية التفكير الرياضي والتفكير الناقد والبرهان الرياضي والتفكير الاستقرائي والتفكير الاستنتاجي ، وتقديم مادة الرياضيات بصفتها طريقة للتفكير والاتصال تساعد الطلبة على جعلهم مفكرين لا متلقين للمعارف فقط . ومن ضمن الخطوط العريضة التي تركز عليها معايير NCTM في تدريس الرياضيات المدرسية ما يلي (Schielack et al., 2000,p398):

- التفكير الجبري Algebraic Thinking .

---

(1) NCTM : National Council of Teachers of Mathematics – USA

- التعليل (التبرير) الرياضي Mathematical Reasoning .
- حل المسألة Problem Solving .

وفي الأردن جاء منهاج الرياضيات لمرحلة التعليم الأساسي بخطوطه العريضة من أسس وأهداف عامة وخاصة , متناغماً ومتوائماً مع توجهات وتوصيات مؤتمر التطوير التربوي الأول الذي عقد عام 1987م , من حيث التأكيد على أهمية العمل على تنمية التفكير الرياضي لدى الطلبة وتنمية قدراتهم في حل المسائل رياضية (وزارة التربية والتعليم، 1988 ،ص75) .

وفي هذا الصدد يشير تيرنر و روسمان (Turner and Rossman , 1997,p66) إلى أهمية منهاج الرياضيات في تكوين الطالب المفكر رياضياً Mathematical Thinker من خلال تطوير قدرات الطلبة على حل المسائل والتعليل والتفكير المنطقي , وتقديم الموضوعات الرياضية بصورة مشوقة وممتعة للطلبة , وبحيث يراعى منهاج الرياضيات الآتي :

- إشعار الطالب بأهمية دوره في تعلم الرياضيات , وذلك من خلال جعل الطالب محوراً لعملية التعلم والتعليم.
- تشجيع الطلبة على تكوين معانٍ لما تعلموه ، بدلاً من العمل على زيادة معارف الطلبة كماً لا نوعاً.
- إيلاء المسائل الرياضية أهمية خاصة , وذلك لما يتيحه حل المسألة من فرص أمام الطلبة للانهماك في عملية التفكير من خلال استخدام الإستراتيجيات المختلفة لحل المسألة الرياضية .

ويشير مارتن (Martin , 1996) إلى خصائص منهاج الرياضيات الفعال Effective Curriculum على النحو الآتي :

- تقديم الموضوعات الرياضية بشكل مترابط , مما سيساعد ذلك الطلبة على الربط بين الموضوعات الرياضية المختلفة وإدراك العلاقات بين تلك الموضوعات .
- يتيح الفرصة أمام الطلبة لاستخدام الرياضيات في حياتهم اليومية .
- يحقق التكامل بين مادة الرياضيات والمواد الدراسية الأخرى التي يدرسها الطالب .

وينظر إلى التفكير الرياضي بصفته مهارة تتطور بالتدريب والنمو العقلي وتراكم الخبرة ، ولذا فهو لا يحدث من فراغ أو صدفة ، بل لا بد من خضوع المتعلم إلى مواقف و أنشطة تربوية هادفة ومتعددة تنمي لديه التفكير بمستوياته المختلفة (يلينك , 1998،ص4) . ولهذا فإنه من الضرورة بمكان العمل على توفير كافة الفرص التربوية التي تساعد على تنمية التفكير الرياضي لدى الطلبة , واتباع كافة الوسائل المتاحة لذلك سواء بتطوير مناهج الرياضيات وموادها التعليمية أو باتباع طرائق تدريس وأساليب تقويم حديثة .

(De Walle and Thompson ,1985,p7 ; NCTM , 2000 ; Greenwood , 1993,p144 ; Lutfiyya , 1998,p55 ; Maher , 1991,p219; Turner and Rossman , 1997,p66 ; Smith , 2000,p4 ; Sfard , 2001,p13 ; Coben , 2002,p88)

وفي هذا الصدد قام عدد من الباحثين بالعمل على تنمية التفكير الرياضي لدى الطلبة من خلال إعداد برامج خاصة بذلك ، فقد قام كلٍ من شونبيرغر و ليمينغ (Schoenberger and Liming , 2001) بتطوير برنامج يعتمد على استخدام المصطلحات الرياضية والعمليات الحسابية لتنمية مهارات التفكير الرياضي لدى طلبة الصفين السادس والتاسع ، وقد قام الباحثان

بتطوير البرنامج بعد استقصاء العوامل التي تقف وراء تدني مستويات التفكير الرياضي لدى الطلبة ، ومنها : ضعف المهارات اللغوية ، تدني المعرفة السابقة (التعلم القبلي) والمتعلقة بالمفاهيم الرياضية ، تدني مشاركة الطلبة في تنفيذ النشاطات الرياضية . وقد أشارت نتائج الدراسة إلى نجاح البرنامج في تحسين مهارات التفكير الرياضي وتنميتها لدى الطلبة . وقام كاظمي (Kazemi,2000,p3633) بإعداد برنامج تدريبي لتطوير الفهم لدى معلمي الرياضيات وتبصيرهم بطبيعة التفكير الرياضي لدى طلبتهم ، وكيف يمكن لهؤلاء المعلمين العمل على تنمية هذا التفكير والارتقاء به ، ويعتمد البرنامج على قيام معلم الرياضيات بالبحث والاستقصاء داخل غرفة الصف وخارجها . كما أشار أليسون (Allison,2001,p4314) إلى فعالية استخدام الآلة الحاسبة الراسمة Graphing Calculator في تنمية التفكير الرياضي لدى طلبة المدارس العليا أثناء حلهم للمسائل الرياضية، وتحسين قدرتهم على التعليل والتبرير ومراجعة الحل. وأشار ليوكويز (Lewkowicz,2001,p952) إلى فعالية استخدام الألغاز الرياضية Intrigue في تنمية التفكير الرياضي لدى طلبة المرحلة الجامعية المتوسطة في مساق الجبر ، وإلى تحسن ميول الطلبة ودافعيتهم نحو الرياضيات عامة ومساق الجبر خاصة . كما هدفت دراسة هاريس (Harries,2001,p23) إلى تنمية التفكير الرياضي لدى الطلبة بطيئي التعلم في مادة الرياضيات ، وذلك من خلال استخدام الحاسوب (لغة لوغو) في تدريس بعض الموضوعات الجبرية ، وأشارت نتائج الدراسة إلى أهمية الحاسوب في خلق بيئة حافزة لتعلم الرياضيات لدى الطلبة بطيئي التعلم ، مما سيساعد على تنمية التفكير الرياضي لدى الطلبة بطيئي التعلم .

مشكلة الدراسة :

في ظل الاهتمام المتنامي بتنمية مهارات التفكير بأنماطه المختلفة لدى الطلبة في مختلف المراحل الدراسية , وتوجيه الدعوة إلى ضرورة العمل على تطوير المناهج والكتب المدرسية وتوجيهها لتنمية هذه المهارات التفكيرية وتعزيزها . وفي الأردن خاصة ، ثمة حاجة إلى بذل المزيد من الجهد للعمل على تنمية التفكير الرياضي والارتقاء به لدى الطلبة ، إذ أشارت بعض الدراسات إلى وجود تدنٍ ملحوظ في مستويات التفكير لدى الطلبة في مادة الرياضيات (يونس ،1991؛ حمادنة ، 1995؛ سالم ،2001) . كما تشير العلامات المتدنية التي يحصل عليها الطلبة في اختبارات الرياضيات إلى المستوى المتدني في تعلم مهارات وأنماط التفكير الرياضي (المساد وآخرون ،2002،ص7) ، و يؤكد ذلك ما أشارت إليه العديد من الدراسات إلى وجود ارتباط موجب ذي دلالة إحصائية بين كلٍ من التفكير الرياضي والتحصيل في الرياضيات (نصر ، 1988؛ القباطي ،1993 ؛ حمادنة ، 1995؛ الحوراني ،2001؛ سالم ،2001) .

ومن هنا تأتي هذه الدراسة لتساهم في العمل على تنمية التفكير الرياضي لدى الطلبة ، وذلك من خلال إعداد برنامج لتنمية أنماط ومهارات التفكير الرياضي . كما وتوضح الدراسة كيف يمكن الارتقاء بكتاب الرياضيات المدرسي وتحسينه ليصبح كتاباً مدرسياً قائماً على التفكير ؛ يعمل على تنمية وتعزيز التفكير الرياضي لدى الطلبة جنباً إلى جنب مع ما يقدمه من معرفة رياضية .

وتحديداً سعت الدراسة إلى الإجابة عن السؤال الآتي :

ما أثر برنامج تدريبي مقترح في تنمية أنماط ومهارات التفكير الرياضي لدى طلبة الصف السابع الأساسي ؟

فرضية الدراسة :

لا توجد فروق ذات دلالة إحصائية ($\alpha = 0.05$) بين متوسط علامات الطلبة في المجموعة التجريبية الذين يدرسون البرنامج التدريبي المقترح ومتوسط علامات الطلبة في المجموعة الضابطة الذين يدرسون الكتاب المدرسي بالطريقة التقليدية ، في اختبار التفكير الرياضي .

أهمية الدراسة :

تكتسب الدراسة الحالية أهمية خاصة وذلك لما يأتي :

- تأتي هذه الدراسة منسجمة مع الاتجاه الذي ينادي بضرورة تعليم مهارات التفكير عن طريق دمجها بالمحتوى التعليمي للمنهاج المدرسي ليصبح لدينا منهاجاً قائماً على التفكير Curriculum Thinking . وذلك من خلال إعداد برنامج لتنمية أنماط ومهارات التفكير الرياضي جنباً إلى جنب مع ما يقدمه من معرفة رياضية .

- كما تقدم هذه الدراسة تصنيفاً (مقياساً) لأنماط ومهارات التفكير الرياضي . ويعتبر هذا التصنيف أو المقياس إضافة إلى التصنيفات والمقاييس الأخرى التي تناولت مهارات وأنماط التفكير الرياضي , ويؤمل أن يساعد هذا التصنيف (المقياس) على نمو وازدهار البحوث والدراسات المتعلقة بموضوع التفكير الرياضي , وفتح الطريق أمام الباحثين لمعالجة القضايا المتعلقة بالتفكير الرياضي من جوانب أخرى عديدة .

- كما يؤمل أن تساعد هذه الدراسة وما ستتوصل إليه من نتائج و توصيات على توجيه نظر خبراء وواضعي مناهج الرياضيات ومؤلفي كتبها المدرسية نحو إعداد كتب مدرسية تكون أكثر قدرة على تنمية مهارات وأنماط التفكير الرياضي . وتوجيه نظر معلمي الرياضيات نحو تنمية مهارات التفكير الرياضي وذلك خلال تعليم وتعلم مادة الرياضيات .

التعريفات الإجرائية للدراسة :

التفكير الرياضي :

هو التفكير الذي يتضمن أنماط ومهارات التفكير الآتية : الاستقراء ، الاستنتاج ، البرهان الرياضي ، التفكير المنطقي ، التعليل والتبرير (السببية) ، وحل المسألة الرياضية الكلامية .

محددات الدراسة :

- اقتصرت الدراسة على مجتمع الذكور فقط .

- تم قياس أنماط ومهارات التفكير الرياضي من خلال اختبار التفكير الرياضي المعد من قبل الباحث ، وبالتالي فإن النتائج مرتبطة بفقرات هذا الاختبار من حيث صدقها ومناسبتها للموضوع المراد قياسه .

الطريقة والإجراءات :

مجتمع الدراسة :

تكوّن مجتمع الدراسة من جميع طلبة الصف السابع الأساسي في مدارس الذكور التابعة لوكالة الغوث الدولية في منطقة جنوب عمان ، والمنتظمين في مدارسهم في الفصل الدراسي الأول للعام الدراسي 2006/2005م ، والبالغ عددهم (1915) طالب .

عينة الدراسة :

تكونّت عينة الدراسة من (92) طالباً من طلبة الصف السابع الأساسي في إحدى المدارس التابعة لوكالة الغوث الدولية في منطقة جنوب عمان ، والموزعين على شعبتين في كل منها (46) طالب ، وقد تم اختيار إحدى الشعبتين عشوائياً لتكون المجموعة التجريبية والأخرى المجموعة الضابطة . كما تم التأكد من تكافؤ المجموعتين في التفكير الرياضي قبل تنفيذ الدراسة من خلال إخضاع طلبة المجموعتين لاختبار التفكير الرياضي القبلي ، ومن ثم حساب الوسط الحسابي والانحراف المعياري لنتائج المجموعتين والتي كانت قيمهما متقاربة إلى حد كبير، وعند تطبيق اختبار (ت) للبيانات المستقلة عند مستوى الدلالة ($\alpha = 0.05$) ، لم تكن قيمة (ت) ذات دلالة إحصائية مما يدل على أن المجموعتين متكافئتان .

البرنامج التدريبي :

قام الباحث بإعداد البرنامج التدريبي الذي يتناول موضوعات وحدة الأعداد النسبية الواردة في كتاب الرياضيات المدرسي للصف السابع والمقرر للعام الدراسي 2006/2005م ، وذلك من خلال إعادة بناء وصياغة تلك الموضوعات الرياضية ، وتقديمها من خلال الأنشطة والوسائل والأساليب الآتية :

- استخدام الأسلوب الاكتشافي في تقديم المادة التعليمية ، وتقديم أنشطة استقصائية تتيح الفرصة أمام الطالب لاستقراء المعرفة الرياضية انطلاقاً من خبرته وتعلمه السابقين ، وذلك من خلال أداء تلك الأنشطة منفرداً أو بالتعاون مع مجموعة من زملائه الطلبة .
- الربط بين التعلم الجديد والتعلم السابق ، ويتأتى ذلك من خلال استدعاء المعرفة الرياضية السابقة ذات العلاقة قبل تقديم المعرفة الرياضية الجديدة . وتقديم الموضوعات الرياضية كسلسلة مترابطة ومتصلة مع بعضها البعض اتصالاً وثيقاً , والعمل على ربط المفاهيم والتعميمات والخوارزميات والمهارات الرياضية معاً , و إبراز هذا الترابط في حل المسألة الرياضية .
- طرح مواقف وتطبيقات حياتية مشوقة وممتعه للطالب , تشعره أن للرياضيات فائدة وارتباط بحياته اليومية . و وضع الطالب في سياقات حقيقية مستمدة من حياة الطالب وبيئته المعاشة , ويتأتى ذلك من خلال تكليف الطلبة بأنشطة متنوعة تكسر الروتين اليومي لغرفة الصف .

- تقديم مسائل رياضية تطبيقية (حياتية) في الموضوعات الرياضية المختلفة ، وربط المسائل الرياضية مع الموضوعات الدراسية الأخرى التي يدرسها الطالب .
- إعداد وتصميم أسئلة تقويمية غير روتينية تثير لدى الطلبة الدهشة والتساؤل والتحدي وتستثير وتحفز تفكيرهم ، ويتأتى ذلك من خلال الآتي :

1. تضمين الأسئلة التقويمية الألعاب والألغاز الرياضية , مما يساعد على تقديم مادة الرياضيات بصورة مشوقة ومسلية وممتعة للطلبة ، ومن خلال تلك الألعاب والألغاز الرياضية سيكتشف الطلبة الجمال والمتعة والتشويق المخفي تحت السطور في مادة الرياضيات ، فيقبلون بشغف على تعلم مادة الرياضيات .
2. تكليف الطلبة (فرادى وجماعات) بعمل تقارير بحثية تتناول موضوعات متنوعة ، من مثل :

- سير علماء الرياضيات الذين أسهموا في تطور الفكر الرياضي ، وبالأخص علماء العرب والمسلمين .
- تتبع التطور التاريخي لبعض المفاهيم والتعميمات الرياضية .
- إعداد بعض الألعاب والألغاز الرياضية التي يتطلب حلها استخدام المعرفة الرياضية موضوع الدرس .
- دور الرياضيات في تطور العلوم الأخرى ، وتبيان العلاقات المتداخلة والمترابطة ما بين الرياضيات وتلك العلوم ، وتبيان بعض جوانب إسهام الرياضيات فيما يعيشه العالم الآن من تقدم علمي وتكنولوجي ، وتناول بعض جوانب استخدام الرياضيات في المظاهر الحياتية المختلفة التي يعيشها الطالب .

أداة الدراسة :

للإجابة عن أسئلة الدراسة , قام الباحث بإعداد اختبار للتفكير الرياضي ، حيث استعان الباحث في بناء الاختبار , بمراجعة الأدب التربوي من كتب ومقالات الدوريات والمجلات العلمية ودراسات تناولت أنماط التفكير الرياضي ومهاراته المختلفة ، هذا بالإضافة إلى الاستفادة من منهاج الرياضيات وخطوطه العريضة في مرحلة التعليم الأساسي , وبما يتضمنه من أهداف عامة وخاصة , والمتعلقة بتنمية التفكير الرياضي لدى الطلبة . وقد لاحظ الباحث أنه بالرغم من تعدد وجهات نظر الباحثين حول أنماط التفكير الرياضي ومهاراته , إلا أن هناك شبه إجماع على عددٍ من تلك الأنماط والمهارات ، والتي يوجزها الباحث في الآتي : التفكير الاستقرائي ، التعميم ، البحث عن النمط ، التفكير الاستنتاجي ، البرهان الرياضي ، التفكير المنطقي ، استخدام المتغيرات والتعبير بالرموز ، النمذجة Modeling ، التعليل والتبرير ، وحل المسألة الرياضية(أبو زينة،1986،ص88 , Lutfiyya, Petocz ,1997,p12, Tall, 1998,55 , Pitt , 2002,p3, Carreira,2001,p261, (1991, Wilson,1993,Schielack et al.,2000,p398, .

وقد راعى الباحث عند بناء فقرات الاختبار المستخدم في هذه الدراسة ، تناولها للموضوعات الرياضية التي يدرسها الطالب في الوحدة الدراسية المختارة في الدراسة الحالية ، وهي وحدة الأعداد النسبية ، هذا بالإضافة إلى الموضوعات الرياضية التي درسها الطالب في الصفوف السابقةً

وقد جاءت فقرات الاختبار بصورتها النهائية لتقيس أنماط ومهارات التفكير الرياضي الآتية :

(1) الاستقراء Induction :

يقصد بالاستقراء الوصول إلى نتيجة معينة من خلال بعض المشاهدات أو الملاحظات أو الأمثلة الخاصة ، والاستقراء هو الوصول إلى الأحكام العامة اعتماداً على حالات خاصة (أبو زينة, 1986،ص150, 1994،ص30) ، ويتضمن الاستقراء الآتي :

1. التعميم Generalization :

هو صياغة منطوقة أو عبارة Statement or proposition مكتوبة بالصورة العامة , وذلك بملاحظة بعض الحالات الخاصة ، أي أن التعميم يتطلب التعبير عن القاعدة العامة من خلال استخدام الجمل اللغوية .

2. البحث عن النمط Looking for Pattern :

يقصد به اكتشاف النمط أو التوصل إلى القاعدة العامة , والتعبير عنها من خلال استخدام لغة الرياضيات من رموز ومتغيرات .

(2) الاستنتاج Deduction :

يقصد بالاستنتاج الوصول إلى نتيجة خاصة اعتماداً على مبدأ عام أو مفروض , أو هو تطبيق المبدأ أو القاعدة العامة على حالة أو حالات خاصة من الحالات التي تنطبق عليها القاعدة أو المبدأ ، وبالتالي فإن الاستنتاج هو الانتقال من الحكم الكلي إلى الحكم على الجزئيات (أبو زينة , 1986,ص150، 1994،ص30) .

(3) البرهان الرياضي Mathematical Proof :

البرهان الرياضي سلسلة من العبارات الرياضية المترابطة والموجهة لإثبات صحة نتيجة معينة عن طريق الاستدلال Inference و المنطق Logic , واستخدام مجموعة من التعاريف والمسلمات والنظريات المبرهنة مسبقاً (أبو زينة , 1986,ص151 ، إبراهيم , 2002،ص91؛ Wilson , 1993,p49) .

(4) التفكير المنطقي Logical Thinking :

يقصد بالتفكير المنطقي ذلك النوع من التفكير الذي يتم به الحصول على نتيجة من مقدمات تتضمن النتيجة بما بينها من علاقات . ويُعنى التفكير المنطقي باستخلاص التضمينات الضرورية من المقدمات أو تلكالتي تتسق معها , بغض النظر عن المحتوى المادي للمقدمات نفسها . كما أن استخلاص النتائج الصحيحة من المقدمات يخضع لقواعد تعرف بقواعد المنطق , واستخدام أدوات

الربط المنطقية Logical connectives (الشيخ وأبو زينة ،1985،ص19؛ 6-2p,1988, Fletcher and Patty) , مثل :

1. رابط النفي (ليس) Denial or Negation .
2. رابط الضم (و) Conjunction .
3. رابط الفصل (أو) Disjunction .
4. الرابط الشرطي (إذا كان .... فإن ....) Conditional Proposition .
5. الرابط الشرطي الثنائي (إذا وفقط إذا) Biconditional Proposition .

(5) التعليل والتبرير (السببية) Reasoning and Rationalization :

ويتضمن ذلك المهارات الآتية :

1. التفسير وذكر الأسباب .
2. المقارنة وتوضيح أوجه الشبه والاختلاف .
3. تكوين أسئلة والإجابة عنها .
4. طرح أمثلة متنوعة : مثال منتمٍ ، مثال غير منتمٍ (اللامثال) ، مثال مضاد Counter Example .
5. اقتراح عدة حلول للسؤال الواحد والمفاضلة بينها (مع تبرير ذلك) .
6. تحديد موضع الخطأ في عبارات وحلول رياضية معطاة .

(6) حل المسألة الرياضية (الكلامية) Word Problem Solving :

المسألة الرياضية موقف جديد ومميز novel and unique يواجه الطالب ولا يكون لديه حل جاهز له في حينه(أبو زينة،1994،ص271) , فيتطلب منه أن يفكر في هذا الموقف ويحلله , ومن ثم يستخدم ما تعلمه سابقاً من معرفة رياضية لإيجاد الحل المناسب لهذا الموقف .

ويتضمن حل المسالة الرياضية الكلامية المهارات الآتية :

- تطبيق خطوات حل المسألة الرياضية في حل المشكلات الحياتية .
- ترجمة المواقف الحياتية إلى لغة رياضية من خلال استخدام الرموز Symbolism , والمتغيرات Variables , والنمذجة Modeling (ويتضمن ذلك تنظيم المعلومات والبيانات في جداول وتمثيلها بأشكال و رسومات بيانية ومخططات هندسية) .
- ابتكار خطة واستراتيجية الحل وتبريرها , واقتراح أكثر من استراتيجية للحل .
- التحقق من صحة الحل (مراجعة الحل) ، ويتضمن ذلك اختيار المعايير للحكم على صحة الإجابة من خلال الآتي : استخدام استراتيجية أخرى للحل ، التقدير ، التعويض ، السير بخطوات الحل عكسياً ، ومعقولية الحل (منطقية الإجابة) .

وللتحقق من صدق أداة الدراسة , تم عرض فقرات اختبار التفكير الرياضي على عدد من المحكمين من أعضاء هيئة التدريس في الجامعة الأردنية ، وعدد من التربويين العاملين في وكالة الغوث الدولية . وقد تم إجراء التعديلات اللازمة في ضوء ما أفاد به المحكمون من ملاحظات واقتراحات ، وعلى ضوء ذلك خرج

الاختبار بصورته النهائية . وقد بلغت العلامة الكلية للاختبار (60) علامة، حيث تم تخصيص (10) علامات لكل نمط أو مهارة من أنماط ومهارات التفكير الرياضي الآتية : الاستقراء، الاستنتاج، البرهان الرياضي ، التفكير المنطقي ، التعليل والتبرير(السببية) ، حل المسألة الرياضية الكلامية .

وللتحقق من ثبات الاختبار، تم تطبيقه بصورته النهائية على عينة مؤلفة من (39) طالب من خارج عينة الدراسة ، ومن ثم تم حساب معامل الثبات للاختبار باستخدام معادلة كودر ـ ريتشاردسون 21 (KR-21) والذي بلغ (0.82) ، وهذه القيمة مناسبة وتطمئن الباحث على استخدام الاختبار لأغراض الدراسة .

المعالجة الإحصائية : استخدم الباحث اختبار (ت) (t- test) للبيانات المستقلة عند مستوى الدلالة (α = 0.05) ، وذلك للتحقق من تكافؤ المجموعتين التجريبية والضابطة في أنماط ومهارات التفكير الرياضي قبل تنفيذ الدراسة ، ولاختبار فرضية الدراسة .

النتائج :فيما يلي عرض للبيانات الإحصائية والنتائج التي توصلت إليها الدراسة :

أولاً) النتائج المتعلقة بالفروق بين المجموعتين التجريبية والضابطة في التفكير الرياضي قبل تنفيذ الدراسة:

للتحقق من تكافؤ المجموعتين التجريبية والضابطة في أنماط ومهارات التفكير الرياضي قبل تنفيذ الدراسة ، تم إخضاع طلبة المجموعتين لاختبار التفكير الرياضي القبلي ، ثم تطبيق اختبار (ت) للبيانات المستقلة لمعرفة ما إذا كانت هنالك فروق ذات دلالة إحصائية بين المجموعتين في أنماط ومهارات التفكير الرياضي ، حيث تم التوصل إلى النتائج التالية والموضحة في الجدول رقم (1) .

جدول رقم (1)نتائج اختبار (ت) للبيانات المستقلة للمقارنة بين متوسط علامات الطلبة في المجموعة التجريبية ومتوسط علامات الطلبة في المجموعة الضابطة في اختبار التفكير الرياضي القبلي

الاختبار	المجموعة التجريبية		المجموعة الضابطة		درجات الحرية	قيمة (ت) المحسوبة	قيمة (ت) الجدولية
	الوسط الحسابي	الانحراف المعياري	الوسط الحسابي	الانحراف المعياري			
الاختبار الكلي	26.85	5.84	27.11	6.12	90	0.21	1.98
الاستقراء	5.41	1.64	4.92	1.54		1.48	1.98
الاستنتاج	4.32	1.51	4.61	1.42		0.95	1.98
البرهان الرياضي	3.16	1.25	3.45	1.27		1.10	1.98
التفكير المنطقي	3.48	1.26	3.64	1.33		0.59	1.98
التعليل والتبرير(السببية)	4.79	1.71	5.27	1.65		1.37	1.98
حل المسألة الرياضية	5.69	1.63	5.22	1.58		1.40	1.98

ويلاحظ أن قيمة (ت) المحسوبة أقل من قيمة (ت) الجدولية عند مستوى الدلالة (α = 0.05) ، وذلك فيما يتعلق بالاختبار الكلي للتفكير الرياضي أو ما يتعلق بأنماطه ومهاراته ، وهذا يدل على عدم وجود فرق ذي دلالة إحصائية بين المجموعتين في أنماط ومهارات التفكير الرياضي . ويستدل من النتائج الواردة في الجدول رقم (1) على تكافؤ المجموعتين التجريبية والضابطة في أنماط ومهارات التفكير الرياضي قبل البدء بتنفيذ الدراسة .

ثانياً) النتائج المتعلقة بفرضية الدراسة :

نصت فرضية الدراسة على أنه لا توجد فروق ذات دلالة إحصائية ($\alpha = 0.05$) بين متوسط علامات الطلبة في المجموعة التجريبية الذين يدرسون البرنامج التدريبي المقترح ومتوسط علامات الطلبة في المجموعة الضابطة الذين يدرسون الكتاب المدرسي بالطريقة التقليدية ، في اختبار التفكير الرياضي .

ولاختبار هذه الفرضية تم استخدام اختبار (ت) للبيانات المستقلة ، حيث تم الحصول على النتائج الموضحة في جدول رقم (2) .

جدول رقم (2)

نتائج اختبار (ت) للبيانات المستقلة للمقارنة بين متوسط علامات الطلبة في المجموعة التجريبية ومتوسط علامات الطلبة في المجموعة الضابطة في اختبار التفكير الرياضي البعدي

الاختبار	المجموعة التجريبية		المجموعة الضابطة		درجات الحرية	قيمة (ت) المحسوبة	قيمة (ت) الجدولية
	الوسط الحسابي	الانحراف المعياري	الوسط الحسابي	الانحراف المعياري			
الاختبار الكلي	39.61	8.25	32.57	9.11	90	3.88	1.98
الاستقراء	7.12	2.34	5.81	2.62		2.53	1.98
الاستنتاج	6.73	2.81	5.42	2.21		2.49	1.98
البرهان الرياضي	5.53	2.17	4.57	1.99		2.21	1.98
التفكير المنطقي	5.62	2.03	4.61	2.18		2.30	1.98
التعليل والتبرير(السببية)	7.16	2.52	6.12	2.09		2.15	1.98
حل المسألة الرياضية	7.45	2.63	6.04	2.24		2.77	1.98

ويلاحظ أن قيمة (ت) المحسوبة أكبر من قيمة (ت) الجدولية عند مستوى الدلالة ($\alpha = 0.05$) ، وذلك فيما يتعلق بالاختبار الكلي للتفكير الرياضي أو ما يتعلق بأنماطه ومهاراته ، وعليه تم رفض فرضية الدراسة الصفرية ، وهذا يدل على وجود فرق ذي دلالة إحصائية بين متوسط علامات الطلبة في المجموعة التجريبية ومتوسط علامات الطلبة في المجموعة الضابطة في اختبار التفكير الرياضي ، وهذا الفرق لصالح المجموعة التجريبية التي استخدمت البرنامج التدريبي .

مناقشة النتائج :

هدفت الدراسة الحالية إلى الكشف عن أثر برنامج تدريبي في تنمية أنماط ومهارات التفكير الرياضي لدى طلبة الصف السابع الأساسي .

وقد أظهرت النتائج المتعلقة بالفروق بين المجموعتين التجريبية والضابطة في التفكير الرياضي قبل تنفيذ الدراسة ، عدم وجود فروق ذات دلالة إحصائية بين المجموعتين في أنماط ومهارات التفكير الرياضي ، وهذا ما توضحه النتائج في جدول رقم (1) ، حيث كانت قيمة (ت) المحسوبة أقل من قيمة (ت) الجدولية عند مستوى الدلالة (α =0.05) ، وهذا يدل على تكافؤ المجموعتين التجريبية والضابطة في أنماط ومهارات التفكير الرياضي قبل البدء بتنفيذ الدراسة .

وأظهرت النتائج المتعلقة بفرضية الدراسة والموضحة في الجدول رقم (2) أن قيمة (ت) المحسوبة أكبر من قيمة (ت) الجدولية عند مستوى الدلالة (α =0.05) ، وعليه تم رفض الفرضية الصفرية ، وهذا يدل على وجود فرق ذي دلالة إحصائية بين متوسط علامات الطلبة في المجموعة التجريبية ومتوسط علامات الطلبة في المجموعة الضابطة في اختبار التفكير الرياضي البعدي ، وهذا الفرق لصالح المجموعة التجريبية التي استخدمت البرنامج التدريبي ، وهذا يدل على أن للبرنامج التدريبي المقترح في الدراسة الحالية أثراً واضحاً في تنمية أنماط ومهارات التفكير الرياضي لدى الطلبة مقارنة مع دراسة الكتاب المدرسي بالطريقة التقليدية .

وجملة القول ، فإنه ينبغي على مؤسساتنا التربوية في سعيها الدؤوب نحو الارتقاء بالعملية التعليمية التعلمية من ثقافة الحفظ والتلقين إلى ثقافة الإبداع والتفكير . أن تعمل على توفير كافة الفرص التربوية التي تساعد على تنمية التفكير الرياضي لدى الطلبة , واتباع كافة الوسائل المتاحة لذلك سواء بتطوير مناهج الرياضيات وموادها التعليمية أو باتباع طرائق تدريس وأساليب تقويم حديثة .

ويمكن لمناهج الرياضيات وكتبها المدرسية أن تعمل على تنمية التفكير الرياضي من خلال اتباع الإجراءات الآتية :

- تقديم مادة الرياضيات كسلسلة من الأبنية المحكمة والموضوعات المتصلة مع بعضها البعض اتصالاً وثيقاً ؛ وذلك لما تتميز به الرياضيات بكونها مبحث معرفي محكم البناء High structured discipline , وربط المفاهيم والتعميمات والخوارزميات والمهارات معاً , وأهمية إدراك الطالب لهذا الترابط المحكم سيزيد من قدرته على حل المسألة الرياضية وبالتالي نمو التفكير الرياضي لديه , وليس الاكتفاء فقط بتقديم الرياضيات كسلسلة من العمليات والمهارات الروتينية المنفصلة .

- تحقيق التكامل والربط بين منهاج الرياضيات ومناهج المواد الدراسية الأخرى , مما يتيح للطالب استخدام وتوظيف التفكير الرياضي في تفسير الظواهر العلمية والاجتماعية والاقتصادية، وما إلى ذلك.

- استخدام الأسلوب الاكتشافي في تقديم المادة التعليمية , لما لهذا الأسلوب من نتائج إيجابية في تنمية التفكير الرياضي لدى الطلبة , حيث يعطى الطالب في هذا الأسلوب دوراً نشطاً في عملية تعلم وتعليم الرياضيات ، والتعلم بالاكتشاف يشجع الطلبة على اكتشاف الأفكار والحلول الرياضية بأنفسهم

مما يولد لديهم شعوراً بالرضى والرغبة في مواصلة التعلم ، كما أن التعلم بالاكتشاف قد يكون فردياً أو جمعياً (زمرياً) من خلال تعاون الطالب مع مجموعة من زملائه الطلبة (أبو زينة ,1994،ص120).

- طرح مواقف وتطبيقات حياتية مشوقة وممتعه للطالب , تشعره أن للرياضيات فائدة وارتباط بحياته اليومية . ومن المهم هنا وضع الطالب في سياقات حقيقية مستمدة من حياة الطالب وبيئته المعاشة , ويتأتى ذلك من خلال تكليف الطلبة بأنشطة حياتية واقعية تكسر الروتين اليومي لغرفة الصف , مثل القيام بزيارات خارج غرفة الصف لإجراء قياسات للأبعاد والمساحات مثل حساب محيط المدرسة ومساحة ساحاتها وملاعبها الرياضية , أو عمل مجسمات مختلفة وإيجاد حجمها ومساحة سطحها بالتجريب والقياس ، أو جمع بعض البيانات الإحصائية , وما إلى ذلك.

- تضمين كتب الرياضيات الألعاب والألغاز الرياضية Mathematical Games and Puzzles ، لأن ذلك يساعد على تقديم مادة الرياضيات بصورة مشوقة ومسلية وممتعة للطالب , فيقبل على تعلم الرياضيات بشغف ، إذ أشارت الكثير من الأبحاث والدراسات إلى أن الطلبة يقبلون على دراسة الرياضيات بشغف في الصفوف الابتدائية الأولى , ولكن يأخذ هذا الإقبال بالتناقص تدريجيا مع انتقال الطلبة إلى الصفوف العليا ، و مرد هذا التناقص وأحد أسبابه يكمن في الطريقة التي تقدم بها مادة الرياضيات والتي تميل إلى التجريد في الصفوف المتقدمة . ومن هنا تأتي أهمية تضمين كتب الرياضيات مجموعة من الألعاب والألغاز الرياضية , والتي من خلالها سيكتشف الطلبة الجمال والمتعة والتشويق المخفي تحت السطور في مادة الرياضيات ، مما سيكون له عظيم الأثر في تنمية التفكير الرياضي وزيادة تحصيل الطلبة .

- الإشارة ما أمكن ذلك , إلى التطور التاريخي للمفاهيم والتعميمات والخوارزميات الرياضية ، وإظهار المراحل التفكيرية التي مرت بها لدى علماء الرياضيات , مما سيساعد الطلبة في الانتقال بتفكيرهم ليحاكي تفكير علماء الرياضيات . كما لا ضير هنا من تقديم نبذات تاريخية تتناول علماء الرياضيات وخاصة العرب والمسلمين منهم , وبحيث يتم إبراز دور العرب والمسلمين في تطور وتقدم علم الرياضيات بما قدموه من إنجازات وإسهامات قيمة في هذا المجال والتي فتحت الطريق لوصول علم الرياضيات إلى ما هو عليه الآن من توسع وتعمق وتطور .

جدول رقم (1) نتائج اختبار (ت) للبيانات المستقلة للمقارنة بين متوسط علامات الطلبة في المجموعة التجريبية ومتوسط علامات الطلبة في المجموعة الضابطة في اختبار التفكير الرياضي القبلي

الاختبار	المجموعة التجريبية	المجموعة الضابطة	درجات	قيمة (ت)	قيمة (ت)

	الوسط الحسابي	الانحراف المعياري	الوسط الحسابي	الانحراف المعياري	الحرية	المحسوبة	الجدولية
الاختبار الكلي	26.85	5.84	27.11	6.12	90	0.21	1.98
الاستقراء	5.41	1.64	4.92	1.54		1.48	1.98
الاستنتاج	4.32	1.51	4.61	1.42		0.95	1.98
البرهان الرياضي	3.16	1.25	3.45	1.27		1.10	1.98
التفكير المنطقي	3.48	1.26	3.64	1.33		0.59	1.98
التعليل والتبرير(السببية)	4.79	1.71	5.27	1.65		1.37	1.98
حل المسألة الرياضية	5.69	1.63	5.22	1.58		1.40	1.98

ملاحظة :

ورد الجدول في صفحة رقم (15)

جدول رقم (2)نتائج اختبار (ت) للبيانات المستقلة للمقارنة بين متوسط علامات الطلبة في المجموعة التجريبية ومتوسط علامات الطلبة في المجموعة الضابطة في اختبار التفكير الرياضي البعدي

الاختبار	المجموعة التجريبية		المجموعة الضابطة		درجات الحرية	قيمة (ت) المحسوبة	قيمة (ت) الجدولية
	الوسط الحسابي	الانحراف المعياري	الوسط الحسابي	الانحراف المعياري			
الاختبار الكلي	39.61	8.25	32.57	9.11	90	3.88	1.98
الاستقراء	7.12	2.34	5.81	2.62		2.53	1.98
الاستنتاج	6.73	2.81	5.42	2.21		2.49	1.98
البرهان الرياضي	5.53	2.17	4.57	1.99		2.21	1.98
التفكير المنطقي	5.62	2.03	4.61	2.18		2.30	1.98
التعليل والتبرير(السببية)	7.16	2.52	6.12	2.09		2.15	1.98
حل المسألة الرياضية	7.45	2.63	6.04	2.24		2.77	1.98

ملاحظة :

ورد الجدول في صفحة رقم (16)

المراجع والمصادر :

المراجع العربية :

- إبراهيم , مجدي عزيز (2002) . المنطق والبرهان في تدريس الرياضيات . (ط1) . القاهرة : دار نهضة الشرق .
- أبو زينة , فريد (1994) . مناهج الرياضيات المدرسية وتدريسها . (ط1) . الكويت : مكتبة الفلاح للنشر والتوزيع .
- أبو زينة , فريد (1986) . نمو القدرة على التفكير الرياضي عند الطلبة في مرحلة الدراسة الثانوية وما بعدها . المجلة العربية للعلوم الإنسانية , المجلد : السادس , 146-165.
- جروان , فتحي عبد الرحمن (2005) . تعليم التفكير: مفاهيم وتطبيقات . (ط2) . عمان : دار الفكر .
- جونز , بيه فلاي و بالنسكار , إينماري و أوغل , دونا و كار , إيلين (1994) . التعليم والتعلم الاستراتيجيان : التدريس المعرفي في مجالات المحتوى , ترجمة عمر الشيخ . عمان : معهد التربية الأونروا / اليونسكو .
- حمادنة , أحمد فواز (1995) . مستوى التفكير الناقد في الرياضيات عند طلبة الصف العاشر في الأردن . رسالة ماجستير غير منشورة , جامعة اليرموك ، إربد , الأردن .
- الحوراني , وفاء عبد المنعم (2001) . أثر برنامج تدريبي لتنمية القدرة على التفكير الإبداعي في تحصيل الرياضيات لدى طلبة الصف العاشر الأساسي . رسالة ماجستير غير منشورة , الجامعة الأردنية , عمان , الأردن .
- سالم , طلعت محمد (2001) . مستويات التفكير الهندسي لدى طلبة المرحلة الأساسية العليا في محافظة جرش وعلاقتها بالجنس والتحصيل في الرياضيات . رسالة ماجستير غير منشورة , الجامعة الهاشمية , الزرقاء , الأردن.
- الشيخ , عمر حسن و أبو زينة , فريد (1985) . تطور القدرة على التفكير المنطقي الفرضي عند الطلبة في مرحلتي التعليم الثانوي والجامعي . أبحاث اليرموك : سلسلة العلوم الإنسانية والاجتماعية , 1(1) : 17- 44 .
- عصفور , وصفي (1999) . التدريس الصريح لمهارات التفكير . مجلة المعلم /الطالب ، العددان الثالث والرابع , 23-28 .
- القباطي , عبد السلام محمد (1993) . القدرة الرياضية وعلاقتها بالتفكير المنطقي والتحصيل في الرياضيات لدى طلبة المرحلة الثانوية وما بعدها . رسالة ماجستير غير منشورة , جامعة اليرموك , إربد , الأردن .
- المساد ، محمود و شطناوي ، فاضل و غرايبة ، شادية (2002) . أدلة إرشادية لمعلمي الرياضيات لمعالجة أخطاء التعلم عند الطلبة في ضوء نتائجهم على أسئلة الدراسة الدولية الثالثة للرياضيات والعلوم (TIMSS-R) . عمان : المركز الوطني لتنمية الموارد البشرية .
- نصر , فاطمة محمد (1988) . التفكير الرياضي وعلاقته بالقدرة على حل المسألة الرياضية و التحصيل في الرياضيات عند طلبة تخصص العلوم والرياضيات في كليات المجتمع. رسالة ماجستير غير منشورة , الجامعة الأردنية , عمان , الأردن .
- وزارة التربية والتعليم (1988) . المؤتمر الوطني الأول للتطور التربوي . رسالة المعلم , المجلد (29)، العددين الثالث والرابع .
- يلينك , ميلوس (1998) . التفكير الرياضي (الاستقرائي) . ترجمة معهد التربية . عمان : دائرة التربية والتعليم – الأونروا / اليونسكو .
- يونس , محمد مصطفى (1991) . أنماط التفكير الرياضي لدى طلبة المرحلة الإعدادية . رسالة ماجستير غير منشورة , الجامعة الأردنية , عمان , الأردن .
-

المراجع الإنجليزية :

- Allison , Jacqueline Andrews .(2001). High School Students' Problem Solving with a Graphing Calculator . D.A.I-A , 61(11) , 4314 .
- Carreira , Susana . (2001) . Where There's a Model , There's a Metaphor : Metaphorical Thinking in Students` Understanding of a Mathematical Model . Mathematical Thinking and Learning , 3(4) , 261-287 .
- Coben , Diana . (2002) . Adults` Mathematical Thinking and Emotions . Studies in the Education of Adults , 34(1) , 88-91 .
- De walle , John V. and Thompson , Charles S. (1985) . Let's Do it : Promoting Mathematical Thinking . Arithmetic Teacher , 32(6) , 7-13 .
- Fletcher , Peter and Patty , C. Wayne. (1988) . Foundations of Higher Mathematics . PWS-KENT Publishing Company , Boston .
- Greenwood , Jonathan Jay . (1993) . On the Nature of Teaching and Assessing Mathematical Power and Mathematical Thinking. Arithmetic Teacher , 41(3) , 144-152 .
- Harries , Tony . (2001) . Working through Complexity : an Experience of Developing Mathematical Thinking through the Use of Logo with Low Attaining Pupils . Support for Learning , 16(1) , 23-27.
- Kazemi , Elham . (2000) . Teacher Learning within Communities of Practice : Using Student's Mathematical Thinking to Guide Teacher Inquiry . D.A.I-A , 60(1) , 3633 .
- Lewkowicz , Marjorie Lorraine . (2001) . Investigating the Use of Intrigue to Enhance Mathematical Thinking and Motivation in a Learning Support Beginning Algebra Course . D.A.I-A , 62(3) , 952 .
- Lutfiyya , Lutfi . (1998) . Mathematical Thinking of High School Students in Nebraska. International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 29 (1) , 55-56 .
- Maher , Carolyn . (1991) . Implementing a " Thinking Curriculum " in Mathematics . Journal of Mathematical Behavior , 10(3) , 219-224 .
- Martin , Hope .(1996) . Integrating Mathematics Across the Curriculum . NTCM Aligned Activities . Eric , ED (402199) .
- Marzano, Robert J. , Brandt , Ronald S. , Hughes , Carolyn Suc , Jones , Beau Fly , Presseisen , Barbara Z. , Rankin , Stuart C. and Suhor , Charles . (1988) . Dimensions of Thinking : A Framework for Curriculum and Instruction . Virginia , ASCD .
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) . (2000) . Principles and Standards for Mathematics . Reston , Virginia .
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) . (1989) . Curriculum and Evaluation Standards for School mathematics . Reston , VA .
- Paul , Richard W. (1993) . Critical Thinking : What Every Person Needs to Survive in a Rapidly Changing World . Foundation for Critical Thinking , Santa Rosa , CA .
- Petocz , Peter and Petocz , Dubravka . (1997) . Pattern and Proof : The Art of Mathematical Thinking . Australian Mathematics Teacher , 53(3) , 12-15 .
- Pitt , Andrea . (2002) . Mathematical Thinking ?. Mathematics Teaching , Issue (181) Dec. , 3-6 .
- Rensick , Lauren and Klopfer , Leopold . (1989) . Toward the Thinking Curriculum . Virginia , ASCD .

- Schielack , Jane F. , Chancellor , Dinah and Childs , Kimberly M. (2000) . Designing Questions to Encourage Children's Mathematical Thinking . Teaching Children Mathematics , 6(6) , 398-402 .
- Schoenberger , Kathleen M. and Liming , Lori Ann . (2001) . Improving Students` Mathematical Thinking Skills through Improved Use of Mathematics Vocabulary and Numerical Operations . Eric , ED(455120) .
- Sfard , Anna . (2001) . There is More to Discourse than Meets the Ears : Looking at Thinking as Communicating to Learn More about Mathematical Learning . Educational Studies in Mathematics , 46(1-3) , 13-57 .
- Smith , Tracey . (2000) . Bridging the Research Practice Gap : Developing a Pedagogical Framework That Promotes Mathematical Thinking and Understanding . Mathematics Teacher Education and Development , V(2) , 4-16 .
- Tall , David . (1991) . Advanced Mathematical Thinking . Kluwer Academic Publishers , Dordrecht , Netherlands .
- Turner , Julianne C. and Rossman , Karen . (1997) . Encouraging Mathematical Thinking . Mathematics Teaching in Middle School , 3(1) , 66 - 72 .
- Wilson , Patricia S. (1993) . Research Ideas for the Classroom : High School Mathematics . National Council of Teachers of Mathematics ; Research Interpretation Project . Macmillan Publishing Company , New York .